

# Análisis de Decisiones: Utilidad

---

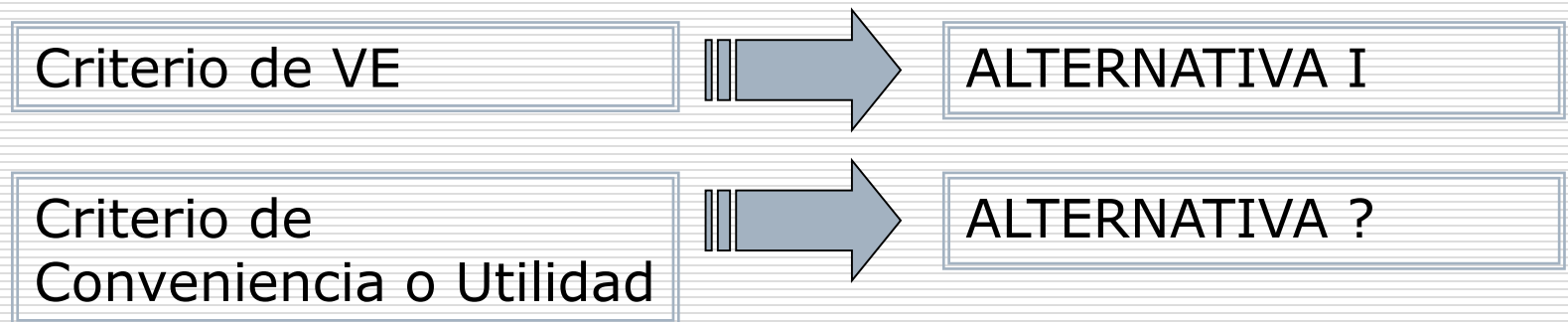
Investigación Operativa I  
Facultad de Ciencias Exactas  
UNCPBA

Mg. María Rosa Dos Reis

# Funciones de Utilidad

---

- Se ofrece a un individuo la oportunidad de:
  - Aceptar con 50 % de posibilidades de ganar \$70000 o nada
  - Recibir \$30000 con seguridad



- Diferentes individuos muestran distintas actitudes frente al riesgo.

# Teoría de Utilidad

---

- ❑ La Teoría de Utilidad se ocupa de las *Preferencias del tomador de decisiones*.
- ❑ La Función de utilidad del dinero es una manera de transformar los valores monetarios a una escala numérica apropiada que refleje las preferencias del tomador de decisiones.
- ❑ La determinación de la utilidad es subjetiva, depende de la actitud acerca de aceptar el riesgo.
- ❑  $U(M)$  es la utilidad para la cantidad de dinero  $M$

# Funciones de Utilidad

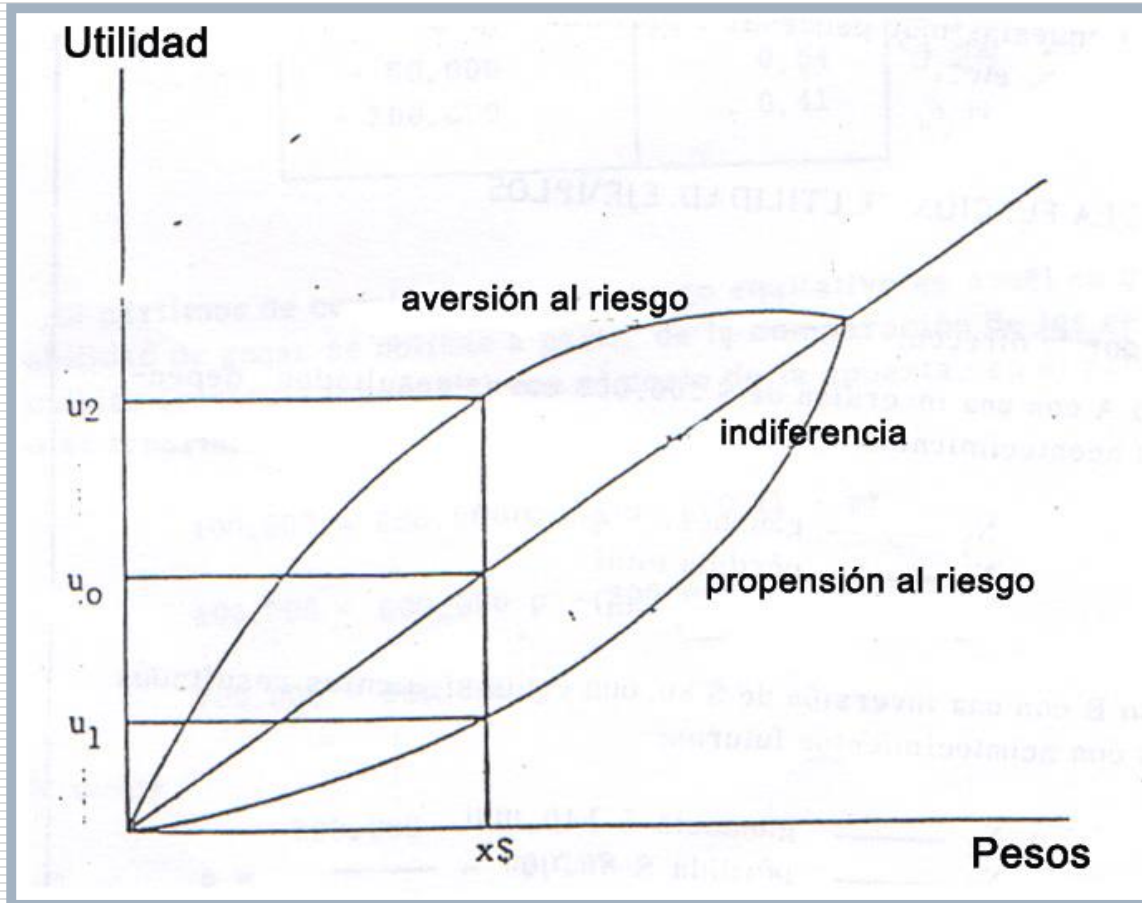
---

## Características de las funciones de Utilidad

- Indiferencia ante el riesgo: Indica la inexistencia de una actitud ante el riesgo, la función es lineal.
- Aversión al riesgo: Cuanto mayor sea el capital, menor será la utilidad del dinero (utilidad decreciente).
- Propensión al riesgo: La utilidad del dinero es menor con relación a la indiferencia, valora poco lo que posee.

***Propiedad de la función de utilidad del dinero***: el tomador de decisiones se muestra indiferente ante dos cursos de acción alternativos si los dos tienen la misma utilidad esperada.

# Funciones de Utilidad



# Funciones de Utilidad: Ejemplo

- ❑ Contrato A con \$ 200.000 de inversión y resultados  
 N1 = Ganar \$ 400.000  
 N2 o N3 = Perder todo
- ❑ Contrato B con \$ 80.000 de inversión y resultados  
 N1 o N2 = Ganar \$ 140.000  
 N3 = perder todo
- ❑ Opción de no invertir  
 Probabilidades:  $P(N1) = 0,50$      $P(N2) = 0,10$      $P(N3) = 0,40$

En miles de \$

	<b>N1</b>	<b>N2</b>	<b>N3</b>	<b>VE</b>	<b>Orden</b>
<b>A</b>	400	-200	-200	100	1
<b>B</b>	140	140	-80	52	2
<b>C</b>	0	0	0	0	3

La decisión que maximiza el rendimiento esperado es la alternativa A

# Teoría de Utilidad

---

- Lotería  $\mathcal{L}(A, B ; p)$  es un evento aleatorio que tiene dos posibles resultados A y B, los cuales ocurren con probabilidades p y 1-p

## Aplicación del método de Von Neumann para el cálculo de utilidades

- **Paso 1:** Establecer las consecuencias en orden decreciente de deseabilidad:  
 $e_1, e_2, \dots, e_p$
- **Paso 2:** Asígnese arbitrariamente valores numéricos finitos  $u(e_1)$  y  $u(e_p)$  a las consecuencias  $e_1$  y  $e_p$ , respectivamente de tal forma que  $u(e_1) > u(e_p)$
- **Paso 3:** Para cada consecuencia  $e_j$  cuya deseabilidad esté entre  $e_1$  y  $e_p$ , determínese una probabilidad de equivalencia  $p_j$ , con la propiedad de quien toma las decisiones es indiferente entre obtener  $e_j$  con certeza y participar en la lotería  $\mathcal{L}(e_1, e_p ; p_j)$
- **Paso 4:** Sea  $u(e_j) \equiv p_j * u(e_1) + (1-p_j) * u(e_p)$  la utilidad de la consecuencia  $e_j$

El método pretende medir la actitud subjetiva de un tomador de decisiones comparando una apuesta entre dos valores extremos y un equivalente monetario.

El paso 3 es altamente subjetivo

Una utilidad está normalizada si  $u(e_1) = 1$  y  $u(e_p) = 0$  haciendo a las utilidades idénticas a las probabilidades de equivalencia

# Teoría de Utilidad: Ejemplo

- Resolución, aplicando el método de Von Neumann para definir una función de utilidad

1º)  $400.000 > 140.000 > 0 > -80.000 > -200.000$

2º)  $U(400.000) = 1$        $U(-200.000) = 0$

3º) Para sacar la utilidad de cada uno de los valores intermedios,  $U(e_j)$ , se le pregunta al tomador de decisiones: ¿con qué probabilidad aceptaría participar en una lotería donde puede ganar \$ 400.000 (con probabilidad  $p$ ) o perder \$ 200.000 (con probabilidad  $1-p$ ), teniendo  $e_j$  \$ seguros en su poder?

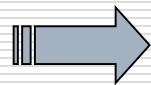
Se define:  $U(e_j) = p \cdot U(400.000) + (1-p) \cdot U(-200.000) = p \cdot 1 + (1-p) \cdot 0 = p$

El tomador de decisiones asigna las probabilidades de indiferencia entre ambas alternativas para cada uno de los posibles  $e_j$ :

$p(140.000) = 0,90$

$p(0) = 0,75$

$p(-80.000) = 0,65$



VALORES DE UTILIDAD

El valor esperado de la lotería será  $400.000 \cdot 0,9 + (-200.000) \cdot 0,1 = 340.000$

**valor esperado > pago seguro**



# Teoría de Utilidad: Ejemplo

---

**Matriz de utilidades para el tomador de decisiones:**

	<b>N1</b>	<b>N2</b>	<b>N3</b>	<b>VE<sub>i</sub></b>	<b>Orden</b>
<b>A</b>	1	0	0	0,5	3
<b>B</b>	0,9	0,9	0,65	0,80	1
<b>C</b>	0,75	0,75	0,75	0,75	2

**El orden determinado por la matriz de utilidades es B, C y A.**

**La elección del tomador de decisiones es B ya que es la opción que maximiza su utilidad esperada**

---

# Teoría de Utilidad: Ejemplo

- Calculamos la curva de indiferencia para determinar la aversión / propensión al riesgo del tomador de decisiones

- $$140.000 = 400.000 * p + (-200.000) * (1-p)$$

//140.000 es el equivalente monetario cierto

$$140.000 = 400.000 * p - 200.000 + 200.000 * p$$
$$140.000 + 200.000 = 600.000 * p$$
$$340.000 / 600.000 = p$$
$$0,56 = p (140.000)$$

“Para  $p=0,56$  el valor esperado de la lotería iguala el pago seguro de 140.000”

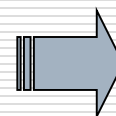
- Continua calculando para todos los valores

$$\left. \begin{array}{l} p(400.000) = 1 \\ p(140.000) = 0,56 \\ p(0) = 0,33 \\ p(-80.000) = 0,20 \\ p(-200.000) = 0 \end{array} \right\}$$

Resultado  
juego  
equitativo

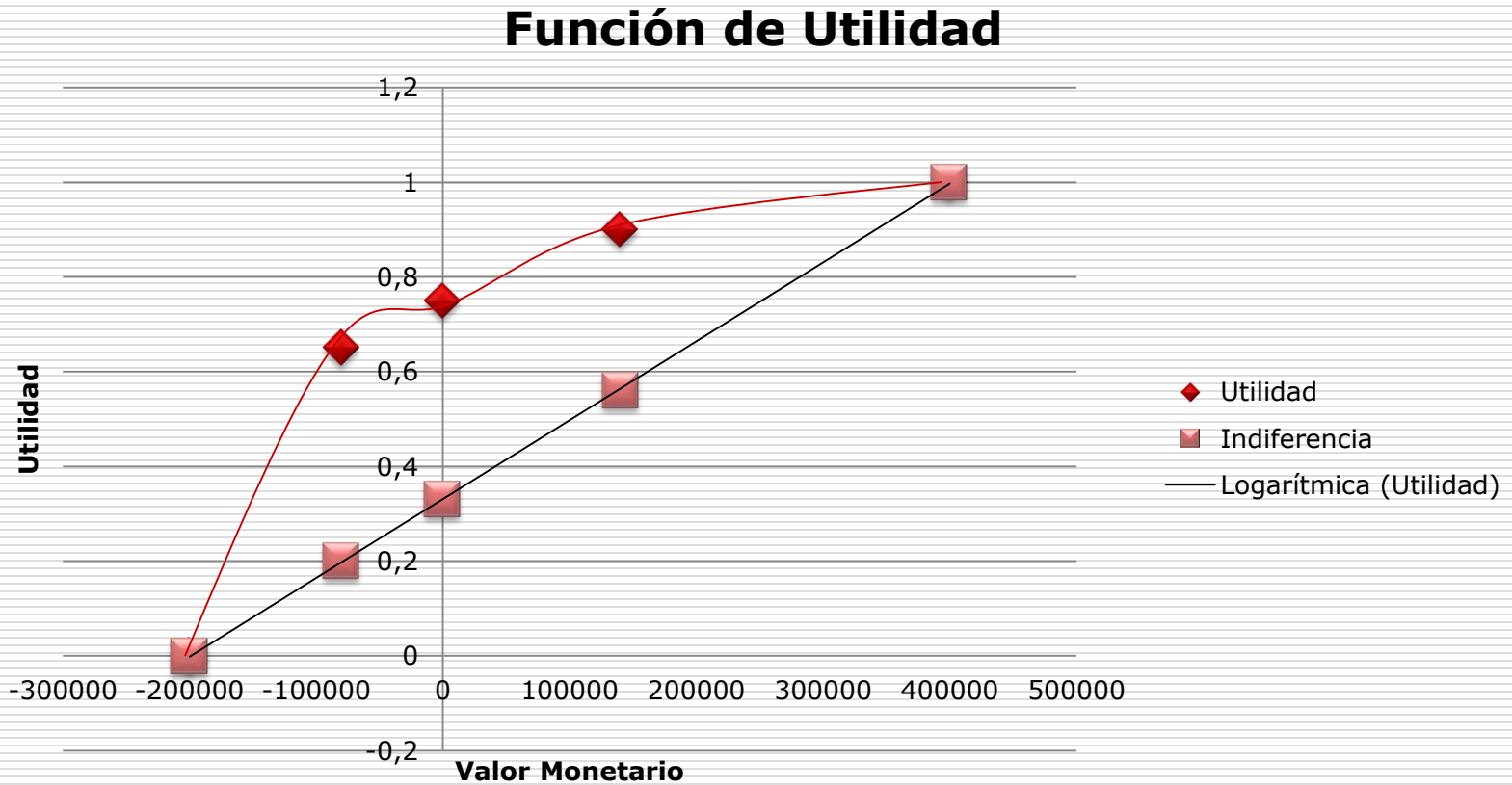
Vs.

Evaluación  
subjetiva del  
juego



**AVERSIÓN**

# Teoría de Utilidad: Ejemplo



# Teoría de Utilidad: Ejemplo

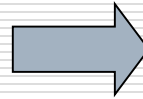
---

- Equivalente de Certeza: Cantidad en \$ que tiene una utilidad igual a la esperada para esa decisión.

$$VE(A) = 0.50$$

$$VE(B) = 0.80$$

$$VE(C) = 0.75$$



En base a la curva  
se determinan los valores

$$EC_A \approx \$ -140.000 \quad EC_B \approx \$ 40.000 \quad EC_C = \$ 0$$

- Beneficio por riesgo: cantidad por la que la ganancia esperada en \$ de esa decisión excede al equivalente de certeza de la decisión.

$$BR_A = \$100.000 - \$ -140.000 = \$ 240.000$$

$$BR_B = \$ 52.000 - \$ 40.000 = \$ 12.000$$

$$BR_C = \$ 0$$