

# Modelos de Reemplazo

Investigación Operativa I  
Facultad de Ciencias Exactas  
UNCPBA

# Objeto y Clasificación

Política óptima que debe seguirse en lo relacionado a elementos que se desgastan, que pierden eficiencia o que están sujetos a fallas o muerte.

Los modelos se pueden agrupar en:

- Modelos de reemplazo de elementos que se desgastan comprendiendo aquellos que pierden eficiencia frente al proceso de evolución técnica.
- Modelos de elementos que están sujetos a falla o muerte.

# Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran

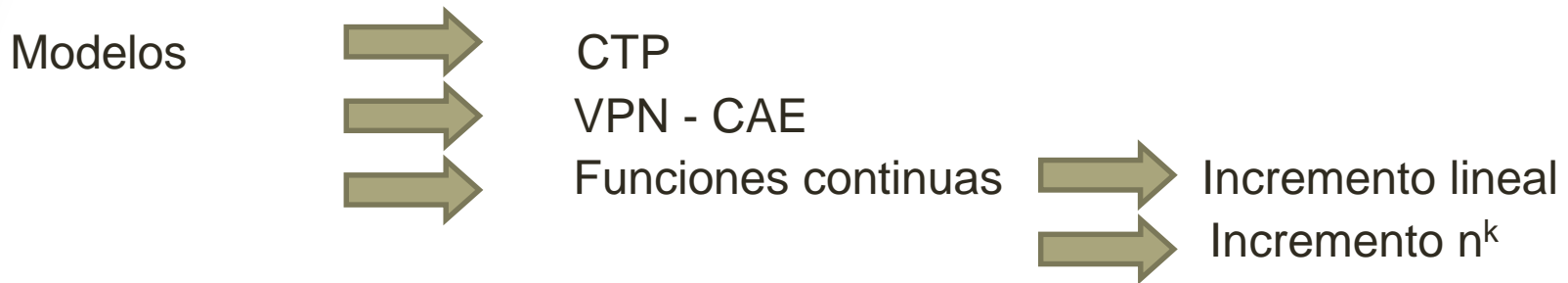
Los elementos que se deterioran deben ser sometidos a reparaciones, generalmente cada vez de un costo mayor, a medida que transcurre el tiempo de uso.

Ej: computadoras, equipos eléctricos, etc.



El problema consiste en un balance entre el costo derivado de la adquisición de un nuevo equipo y el costo de mantenimiento de la eficiencia del equipo existente o del costo originado por la pérdida de su eficiencia.

# Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran



- ❑ Se fija como óptima la política que minimice el valor actual de todos los costos futuros que estén en relación con las diversas políticas de reemplazo proyectadas.
- ❑ Se designa como valor actual al capital necesario, en el momento en que se realiza la decisión, para que aplicado a interés compuesto con una tasa especificada, permita realizar la inversión necesaria para el mantenimiento dentro de un plazo perfectamente fijado.

# Valor Presente (VP)

- Se usa para determinar una decisión de inversión.
- El valor presente (descontado) de un peso del año  $n$  es lo que se tiene que invertir ahora para que, creciendo con una tasa anual de  $i$  %, se convierta en un peso al final del año  $n$ .
- Así si dentro de  $n$  años el costo anual de mantenimiento es  $C_n$ , el valor actual de este capital es:

$$\frac{C_n}{(1+i)^n} = A_n$$

Pues:

$$C_n = A_n * (1+i)^n$$

Ejemplo: \$10000, tasa anual del 25%, período 1 año, valor presente: \$8000

# Valor Presente Neto (VPN)

- El valor presente neto (VPN) de una serie temporal de flujos de efectivo, tanto entrantes como salientes, se define como la suma del valor presente (VP) de los flujos de efectivo individuales.
- VPN es una herramienta central en el descuento de flujos de caja (DCF) empleado en análisis financiero.
- Es un método estándar para la consideración del valor temporal del dinero a la hora de evaluar elegir entre los diferentes proyectos de inversión disponibles para una empresa a largo plazo.
- Es una técnica de cálculo central, utilizada tanto en la administración de empresas y las finanzas, como en la contabilidad y economía en general para medir variables de distinta índole.

$$VP_n = I - \frac{T_n}{(1+i)^n} + \sum_{j=1}^n \frac{O_j + M_j}{(1+i)^j}$$

# Ejemplo numérico:

Consideremos una política de adquisición de máquinas A y B del mismo tipo, pero de costos diferentes a lo largo del tiempo, además de tener diferente inversión inicial. En este caso en el período 1 se incluye la inversión inicial más gastos de operación y mantenimiento. Los gastos de operación y mantenimiento son pagados al **inicio del período respectivo**.

| Año   | Máquina A | Máquina B |
|-------|-----------|-----------|
| 1     | 70.000    | 95.000    |
| 2     | 15.000    | 5.000     |
| 3     | 20.000    | 10.000    |
| 4     | 30.000    | 30.000    |
| 5     | 50.000    | 45.000    |
| Total | 185.000   | 185.000   |

# Ejemplo numérico:

- Se fija una tasa de depreciación  $i = 0.1$  anual. Por lo tanto se construye la tabla de los valores actuales basada en los datos de la tabla anterior:

| Año | $I_n = (1+i)^{n-1}$ | Máquina A | Máquina B |
|-----|---------------------|-----------|-----------|
| 1   | 1                   | 70.000    | 95.000    |
| 2   | 1.1                 | 13.636    | 4.545     |
| 3   | 1.21                | 16.529    | 8.264     |
| 4   | 1.331               | 22.539    | 22.539    |
| 5   | 1.464               | 34.151    | 30.736    |
| VPN |                     | 156.855   | 161.085   |

Nos da una diferencia de \$ 4229 a favor de la adquisición de la máquina A



# Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran

Costos asociados a un problema de reemplazo:

- ❑ Inversión (I): es el valor de la inversión inicial o costo de adquisición.
- ❑ Valor de reventa ( $T_n$ ): valor de reemplazo en el período n.
- ❑ Costos de Operación ( $O_n$ ): costos de mantener operando a la máquina, ej: consumo de lubricantes, energía eléctrica.
- ❑ Costos de Mantenimiento ( $M_n$ ): mantenimientos en general y reparaciones del equipo en el período n.
- ❑ Los costos de operación y mantenimiento ( $O_i + M_i$ ) constituyen una sucesión monótona creciente:  $C_1 \leq C_2 \leq C_3 \dots \leq C_n$
- ❑ Cada n períodos se efectúa la adquisición de un nuevo equipo, debemos determinar el n óptimo.

# Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran: CTP

- ❑ Si no tenemos en cuenta el valor del dinero a lo largo del tiempo, usamos el costo total promedio, para determinar el período en el cual es conveniente reemplazar.
- ❑ Calcula el promedio anual de la inversión del nuevo equipo menos el valor de la reventa del equipo anterior en el período  $n$ , más los costos de operación y mantenimiento durante los  $n$  períodos.

Costo Total Promedio

$$CTP = \frac{1}{n} \left[ I - T_n + \sum_{j=1}^n (O_j + M_j) \right]$$

# CTP: Reglas de reemplazo (casos sin interés)

- Existe un valor de  $n$ , que da lugar al período óptimo de reemplazo

$$CTP_{n-1} > CTP_n < CTP_{n+1}$$

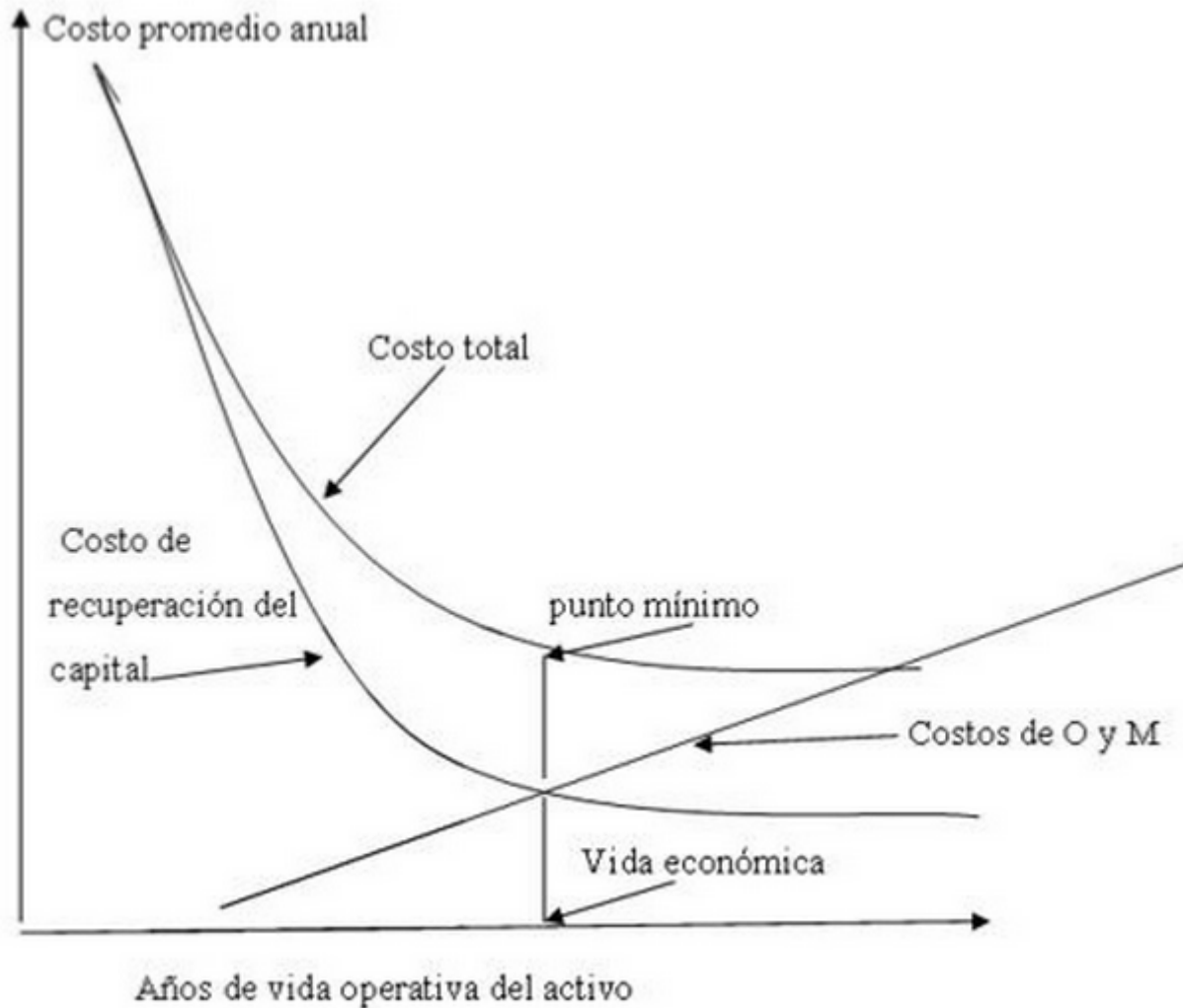
- Regla 1: Si la disminución del valor de reventa más los costos de operación y mantenimiento en el próximo período es mayor que el costo total promedio en el período actual es conveniente reemplazar (en el período  $n$ )

$$T_n - T_{n+1} + O_{n+1} + M_{n+1} > CTP_n$$

- Regla 2: Si la disminución del valor de reventa (depreciación) más los gastos de operación y mantenimiento del próximo período es menor que el CTP presente no conviene reemplazar (en el período  $n-1$ ).

$$T_{n-1} - T_n + O_n + M_n < CTP_{n-1}$$

# Gráfico de Costos relacionados con el mantenimiento de un activo productivo



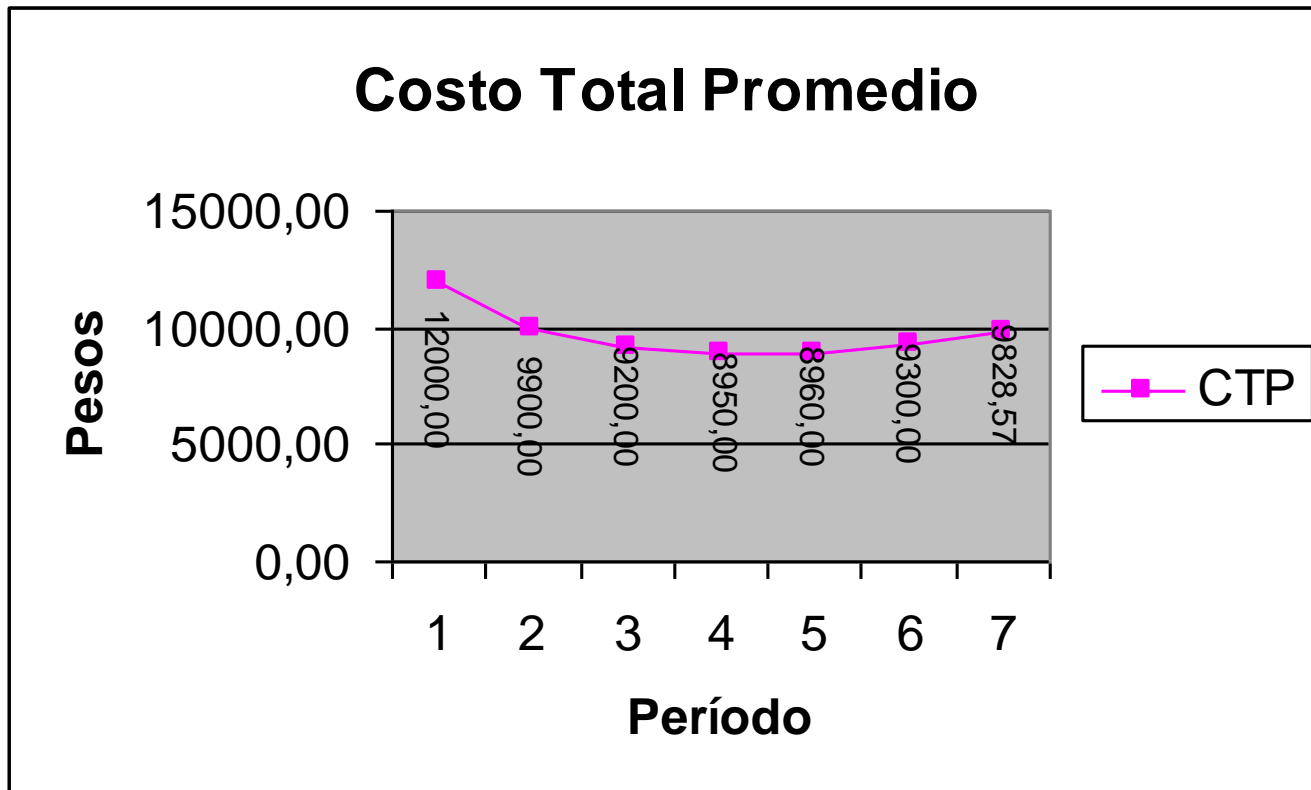
# CTP: Ejercicio de aplicación

- **Ejemplo:** Se desea determinar el período en el que debe reemplazarse un equipo cuya inversión inicial es de \$13000 y se tienen los siguientes costos y valores de reventa por período:

| Período | Valor Reventa | Op + Mant | O+M acum. | CTP      |
|---------|---------------|-----------|-----------|----------|
| 1       | 6000          | 5000      | 5000,00   | 12000,00 |
| 2       | 4000          | 5800      | 10800,00  | 9900,00  |
| 3       | 3000          | 6800      | 17600,00  | 9200,00  |
| 4       | 2600          | 7800      | 25400,00  | 8950,00  |
| 5       | 2600          | 9000      | 34400,00  | 8960,00  |
| 6       | 2400          | 10800     | 45200,00  | 9300,00  |
| 7       | 2400          | 13000     | 58200,00  | 9828,57  |

# CTP: Ejercicio de aplicación

Representación gráfica



# Costo Anual Equivalente (CAE)

- Es el costo por año de poseer y operar un activo durante su vida entera (anualidad).
- CAE es utilizado como un instrumento de toma de decisiones en la valoración de inversiones cuando se comparan proyectos de inversión de duración desigual.
- Por ejemplo, si un proyecto tiene una vida útil de 5 años, y el proyecto B tiene una vida útil prevista de 7 años sería impropio comparar simplemente el valor presente neto (VPN) de los dos proyectos, a menos que ninguno de los proyectos pudiera repetirse.
- Si el reemplazo se hace al final de  $n$  períodos, el CAE es el valor presente de todos los costos para  $n$  períodos, multiplicados por el factor de recuperación de capital.

$$CAE_n = \left[ I - \frac{T_n}{(1+i)^n} + \sum_{j=1}^n \frac{O_j + M_j}{(1+i)^j} \right] \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Donde  $i$  = tasa de interés compuesto o tasa de descuento (la tasa de rendimiento que se podría ganar en una inversión en los mercados financieros con un riesgo similar).

Si  $n$  es el intervalo óptimo de reemplazo:

$$CAE_{n+1} > CAE_n < CAE_{n-1}$$

# Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran: VPN - CAE

- ❑ Si tenemos en cuenta el valor del dinero a lo largo del tiempo (tasa de interés), usamos el valor presente VPN para determinar el período en el cual es conveniente reemplazar un equipo.
- ❑ Si se comparan dos equipos de diferentes períodos usar costo anual equivalente (CAE) para determinar cuál es el equipo de menor costo.
- ❑ El criterio para decidir el reemplazo de un equipo por otro nuevo estará dado al comparar el costo anual equivalente del equipo nuevo con el costo marginal de seguir operando el equipo viejo por un período adicional.
- ❑ Permite conocer la vida útil económica de un equipo nuevo.



# CAE: Reglas de reemplazo (casos con interés)

- $CAE_n < T_n(1+i) - T_{n+1} + O_{n+1} + M_{n+1}$

**Regla 1:** si el CAE para  $n$  períodos es menor que la disminución del valor de reventa (depreciación) descontado más el costo de operación y mantenimiento para el  $(n+1)$  período, es económico reemplazar.

- $CAE_{n-1} > T_{n-1}(1+i) - T_n + O_n + M_n$

**Regla 2:** si el CAE para  $(n-1)$  períodos de utilización es mayor que la disminución del valor de reventa descontado más el costo de operación y de mantenimiento para el  $n$ -ésimo período, no es económico reemplazar.

# Ejemplo en EXCEL

|    | A            | B            | C                    | D     | E     | F     | G | H |
|----|--------------|--------------|----------------------|-------|-------|-------|---|---|
| 1  | Tasa         | 0,13         |                      |       |       |       |   |   |
| 2  |              |              |                      |       |       |       |   |   |
| 3  | Proyecto/Año | 0            | 1                    | 2     | 3     | 4     |   |   |
| 4  | A            | 25000        | 10000                | 10000 | 10000 | 10000 |   |   |
| 5  | B            | 29000        | 9000                 | 9000  | 9000  |       |   |   |
| 6  |              |              |                      |       |       |       |   |   |
| 7  | VPN A        | \$ 54.744,71 | B4+VNA(B1;C4:F4)     |       |       |       |   |   |
| 8  | VPN B        | \$ 50.250,37 | B5+VNA(B1;C5:E5)     |       |       |       |   |   |
| 9  |              |              |                      |       |       |       |   |   |
| 10 | CAE A        | \$ 18.404,85 | -PAGO(\$B\$1;4;B7;0) |       |       |       |   |   |
| 11 | CAE B        | \$ 21.282,14 | -PAGO(\$B\$1;3;B8;0) |       |       |       |   |   |
| 12 |              |              |                      |       |       |       |   |   |

El cálculo VNA se basa en flujos de caja futuros. Si el primer flujo de caja se produce al principio del primer período, el primer valor se debe agregar al resultado VNA, que no se incluye en los argumentos valores.

Conviene adquirir el equipo del Proyecto A que tiene menor CAE

# Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- ❑ Este modelo usa un método de análisis mediante el cual la predicción de los gastos futuros se pueden aproximar a una función continua y calcular el  $n$  óptimo.
- ❑ Se calcula el costo total promedio según

$$CTP = \frac{I}{n} + \frac{n-1}{2}(O + M) + C_o + C_m$$

O, M: tasa de aumento del costo de operación/mantenimiento por período de tiempo, \$/año (se supone que aumentan linealmente los costos)

$C_o$ =costo de operación en el primer año de servicio

$C_m$ =costo de mantenimiento en el primer año de servicio

I = inversión

# Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- La vida óptima de una máquina, es decir el  $n$  óptimo puede calcularse derivando el CTP con respecto a  $n$ :

$$\frac{\partial (CTP)}{dn} = -\frac{I}{n^2} + \frac{O+M}{2} = 0$$

$$n_{\text{óptimo}} = \left( \frac{2I}{O+M} \right)^{1/2}$$

# Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- ❑ No siempre el costo de operación y mantenimiento aumenta linealmente.
- ❑ El método sugerido estima la función que representa el costo promedio de operación y mantenimiento y supone además que este costo es un producto directo del costo en el primer año y  $n^k$ .

$$CTP = \frac{I}{n} + (C_o + C_m)n^k$$

# Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- ❑  $K$  se selecciona para permitir el mejor ajuste del costo estimado de operación y mantenimiento.
- ❑ Ventaja: permite aplicar técnicas de análisis de sensibilidad
- ❑ La vida óptima de una máquina, es decir el  $n$  óptimo puede calcularse derivando el CTP con respecto a  $n$ :

$$\frac{\partial(CTP)}{\partial n} = -\frac{I}{n^2} + k * (C_o + C_m)n^{k-1} = 0$$

$$n_{\text{óptimo}} = \left[ \frac{I}{k(C_o + C_m)} \right]^{\frac{1}{(k+1)}}$$

# Modelo de aproximación mediante funciones continuas: el efecto del valor k

$K > 1$ : costos de operación y mantenimiento que aumentan con el tiempo con una tasa creciente

$K = 1$  el costo de operación y mantenimiento aumenta con una tasa lineal

$K < 1$ : costos de operación y mantenimiento que aumentan con una tasa decreciente

Esto depende de las propiedades del equipo y del medio ambiente.

