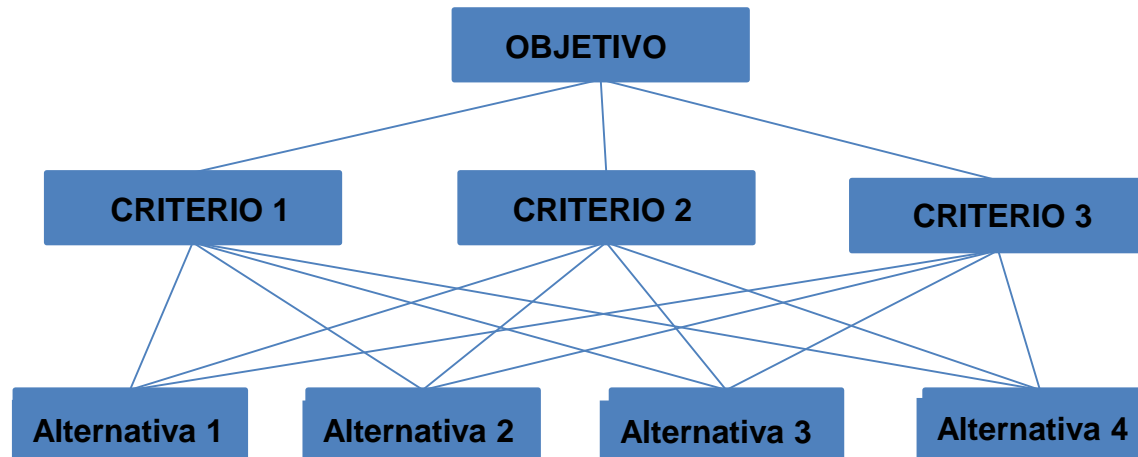


# Análisis de Decisiones AHP

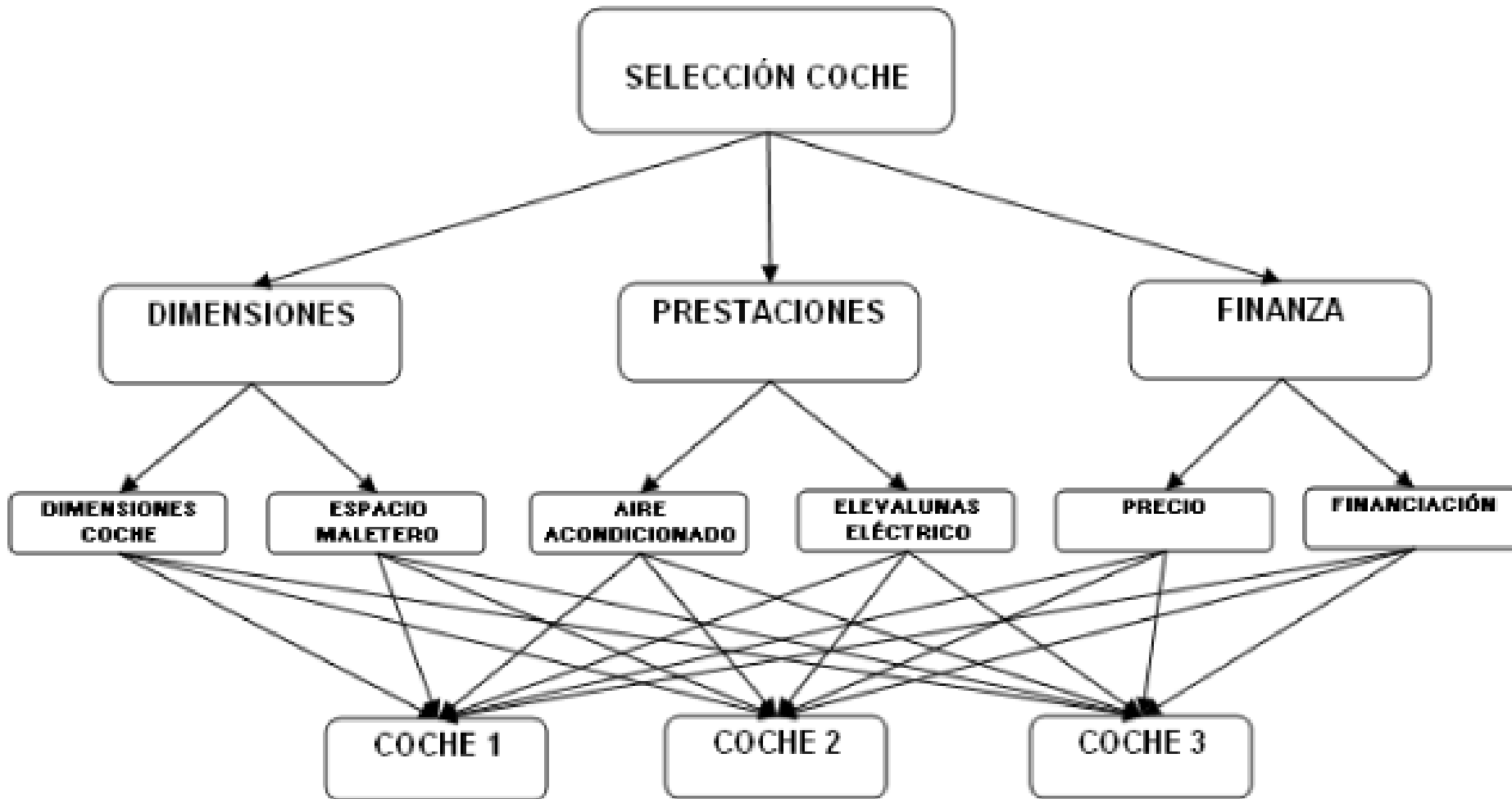
Investigación Operativa I  
Facultad de Ciencias Exactas  
UNCPBA

# Decisiones Bajo Certidumbre: AHP

- AHP (Analytic Hierarchy Process) es un procedimiento diseñado para resolver problemas complejos de criterios múltiples.
  - Está diseñado para casos en los que las ideas, emociones y sentimientos se cuantifican en base a evaluaciones subjetivas del decisor respecto a la importancia relativa de cada uno de los criterios, y debe especificar sus preferencias con respecto a cada una de las alternativas de decisión y para cada criterio.
1. Descomponer el Problema en una jerarquía de elementos interrelacionados identificando objetivo, criterios ( $i=1,2,\dots,m$ ) y alternativas posibles ( $j=1,2,\dots,n$ )



# Ejemplo multinivel



# Decisiones Multicriterio: AHP

- Para cada uno de los criterios:

2. Desarrollar la Matriz de Comparación por Pares (MCP) de Alternativas, estableciendo el Ranking de importancia relativa entre ambas alternativas

1	Igual importancia
3	Moderada superioridad de uno
5	Fuerte superioridad de uno sobre el otro.
7	Muy fuertemente superior
9	Extremadamente Superior
2.4.6.8	<b>Valores intermedios a usar cuando hace falta un término medio entre las cuantificaciones anteriores</b>
<b>ESTABLECER LOS VALORES RECÍPROCOS PARA LAS COMPARACIONES INVERSAS</b>	

3. Desarrollar la Matriz de normalizada (MCN), dividiendo cada número de una columna de la Matriz de Comparación por Pares por la suma total de la columna

# Decisiones Multicriterio: AHP

4. Desarrollar el Vector de Prioridad para el Criterio calculando el promedio de cada fila de la matriz normalizada.
5. La Consistencia de las opiniones utilizadas en la Matriz de comparación por Pares puede ser determinada a través del cociente de consistencia (CR). Un CR inferior a 0.1 es aceptable, si CR es mayor a 0,1, las opiniones y juicios deberán reconsiderarse.

# Decisiones Multicriterio: AHP

Determinación del Cociente de Consistencia.

- 1. Para cada Línea de la Matriz de Comparación por Pares, determinar una suma ponderada en base a la suma del producto de cada celda por la prioridad de cada alternativa correspondiente.
- 2. Para cada Línea, dividir su suma ponderada por la prioridad de su Alternativa correspondiente.
- 3. Determinar la media  $\lambda_{max}$  del resultado de la etapa (2.)
- 4. Calcular el índice de consistencia para cada Alternativa  $CI = (\lambda_{max} - n) / (n-1)$
- 5. Determinar el índice RI de la Tabla Siguiente :
- 6. Determinar el Cociente Consistencia (CR) :  $CR = CI/RI$

Total de Alternativas (n)	Indice Aleatorio (RI)
1	0
2	0
3	0,58
4	0,89
5	1,11
6	1,24
7	1,32
8	1,40

Aprox.  $RI = (1.98(n-2))/n$

# Decisiones Multicriterio: AHP

6. Los resultados obtenidos a partir del Desarrollo del Vector de Prioridad son resumidos en una Matriz de Prioridad (MP), listando las alternativas por fila y los criterios por columna
7. Desarrollar una Matriz de Comparación de Criterios por pares similar a lo que se hizo para las alternativas.
8. Desarrollar un Vector de Prioridad Global multiplicando el Vector de prioridad de los Criterios, obtenido en el punto 7, por la Matriz de prioridad de las Alternativas obtenida en el punto 6.

## Decisiones Multicriterio: AHP - EJEMPLO

- Una empresa de software ha decidido contratar a una empresa de diseño gráfico para la confección de los diseños de un portal web que está construyendo. Las tres alternativas de empresas proveedoras son: X, Y y Z. La gerencia de la empresa de software maneja tres criterios: costos, confiabilidad de los diseños y plazo de entrega. La gerencia fue consultada sobre sus preferencias en relación con cada uno de los proveedores, se armaron las siguientes matrices de comparación de proveedores por cada criterio:

COSTO	X	Y	Z
X	1	1/3	6
Y	3	1	8
Z	1/6	1/8	1

CONFIABILIDAD	X	Y	Z
X	1	6	2
Y	1/6	1	1/3
Z	1/2	3	1

PLAZO ENTREGA	X	Y	Z
X	1	8	1
Y	1/8	1	1/8
Z	1	8	1

También la gerencia fue consultada sobre sus prioridades en relación con los tres criterios seleccionados, esta información está en la siguiente tabla:

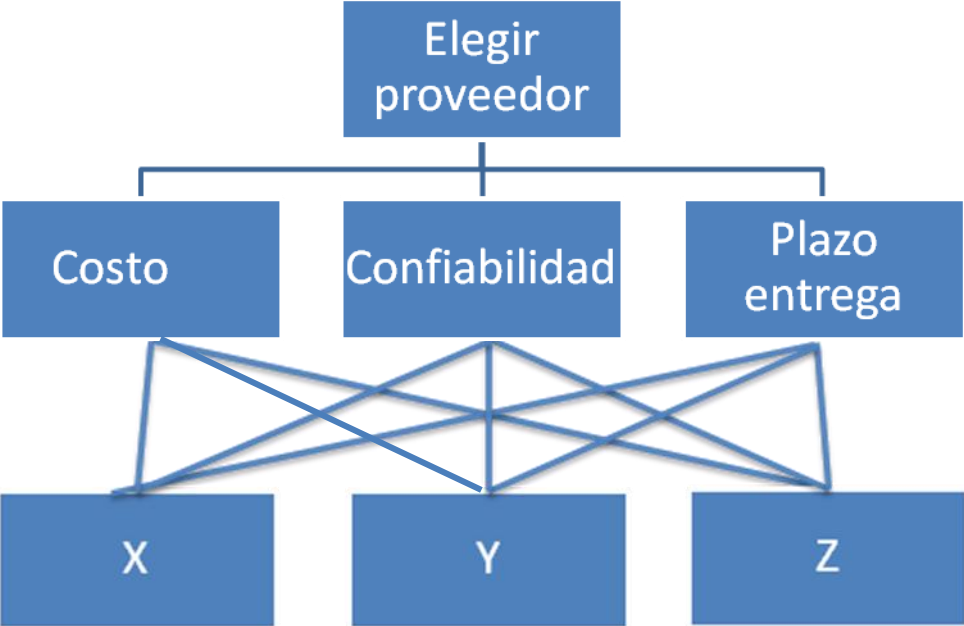
	COSTO	CONFIABILIDAD	PLAZO ENTREGA
COSTO	1	7	9
CONFIABILIDAD	1/7	1	3
PLAZO ENTREGA	1/9	1/3	1

- Dibujar el Diagrama de Jerarquías de este problema de decisión
- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares
- Determinar el orden de prioridades de los proveedores candidatos



# Decisiones Multicriterio: AHP - EJEMPLO

-Dibujar el Diagrama de Jerarquías de este problema de decisión



# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares (CRITERIOS vs CRITERIOS)

**(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS**

	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega
Costo	1	7	9
Confiabilidad	1/7	1	3
Plazo Entrega	1/9	1/3	1

**(7.b) Matriz Normalizada**

0.7975	0.8400	0.6923
0.1139	0.1200	0.2308
0.0886	0.0400	0.0769

$$0,7975 = 1 / ( 1 + (1/7) + (1/9) )$$

$$0,7766 = (0,7975 + 0,84 + 0,6923) / 3$$

**(7.c) Vector**

0.7766
0.1549
0.0685

# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares (POR CADA CRITERIO ALTERNATIVA vs ALTERNATIVA)

## (2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS

		CRITERIO : Costo		
		X	Y	Z
X		1	1/3	6
Y		3	1	8
Z		1/6	1/8	1

## (3.1) Matriz Normalizada

0.2400	0.2286	0.4000
0.7200	0.6857	0.5333
0.0400	0.0857	0.0667

$$0,24 = 1 / ( 1 + 3 + (1/6))$$

$$0,2895 = (0,24 + 0,2286 + 0,4) / 3$$

## (4.1) Vector

0.2895
0.6463
0.0641

# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares

<b>(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS</b>				<b>(7.b) Matriz Normalizada</b>			<b>(7.c) Vector</b>
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega				
Costo	1	7	9	0.7975	0.8400	0.6923	0.7766
Confiabilidad	1/7	1	3	0.1139	0.1200	0.2308	0.1549
Plazo Entrega	1/9	1/3	1	0.0886	0.0400	0.0769	0.0685

<b>(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS</b>				<b>(3.1) Matriz Normalizada</b>			<b>(4.1) Vector</b>
<b>CRITERIO : Costo</b>							
	X	Y	Z				
X	1	1/3	6	0.2400	0.2286	0.4000	0.2895
Y	3	1	8	0.7200	0.6857	0.5333	0.6463
Z	1/6	1/8	1	0.0400	0.0857	0.0667	0.0641

<b>(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS</b>				<b>(3.2) Matriz Normalizada</b>			<b>(4.2) Vector</b>
<b>CRITERIO : Confiabilidad</b>							
	X	Y	Z				
X	1	6	2	0.6000	0.6000	0.6000	0.6000
Y	1/6	1	1/3	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
Z	1/2	3	1	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000

<b>(2.3) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS</b>				<b>(3.3) Matriz Normalizada</b>			<b>(4.3) Vector</b>
<b>CRITERIO : Plazo Entrega</b>							
	X	Y	Z				
X	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706
Y	1/8	1	1/8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588
Z	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706

# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares (continuación)

(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS				(7.b) Matriz Normalizada				(7.c) Vector
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega					
Costo	1	7	9	0.7975	0.8400	0.6923	0.7766	
Confiabilidad	1/7	1	3	0.1139	0.1200	0.2308	0.1549	
Plazo Entrega	1/9	1/3	1	0.0886	0.0400	0.0769	0.0685	

Total de Alternativas (n)	Indice Aleatorio (RI)
3	0,58
4	0,90
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41

$$2,4775 = (1 * 0.7766) + (7 * 0.1549) + (9 * 0.0685)$$

$$(7d) 2,4775 / 0,7766$$

Promedio(7d)

$$(3,0821 - 3) / 2$$

$$0,0411 / 0,58$$

(5) Análisis de Consistencia				
(7.a) x (7.c)	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
2.4775	3.1902			
0.4714	3.0431	<b>3.0821</b>	<b>0.0411</b>	<b>0.0708</b>
0.2064	3.0131			

índice de consistencia para cada Alternativa  $CI = (\lambda_{\max} - n) / (n-1)$

Cociente Consistencia (CR) :  $CR = CI/RI$

# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares (continuación)

(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS				(7.b) Matriz Normalizada			(7.c) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega					$(7.a) \times (7.c)$	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
Costo	1	7	9	0.7975	0.8400	0.6923	0.7766	2.4775	3.1902	3.0821	0.0411	0.0708
Confiabilidad	1/7	1	3	0.1139	0.1200	0.2308	0.1549	0.4714	3.0431			
Plazo Entrega	1/9	1/3	1	0.0886	0.0400	0.0769	0.0685	0.2064	3.0131			

(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.1) Matriz Normalizada			(4.1) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
CRITERIO : Costo								$(7.a) \times (7.c)$	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
	X	Y	Z									
X	1	1/3	6	0.2400	0.2286	0.4000	0.2895	0.8897	3.0731	3.0743	0.0372	0.0641
Y	3	1	8	0.7200	0.6857	0.5333	0.6463	2.0279	3.1375			
Z	1/6	1/8	1	0.0400	0.0857	0.0667	0.0641	0.1932	3.0124			

Total de Alternativas (n)	Indice Aleatorio (RI)	Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.2) Matriz Normalizada			(4.2) Vector	(5) Análisis de Consistencia			
		CRITERIO : Confiabilidad								$(7.a) \times (7.c)$	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI
		X	Y	Z									
3	0,58	1	6	2	0.6000	0.6000	0.6000	0.6000	1.8000	3.0000	3.0000	0.0000	0.0000
		1/6	1	1/3	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.3000	3.0000			
		1/2	3	1	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000	0.9000	3.0000			

Total de Alternativas (n)	Indice Aleatorio (RI)	Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.3) Matriz Normalizada			(4.3) Vector	(5) Análisis de Consistencia			
		CRITERIO : Plazo Entrega								$(7.a) \times (7.c)$	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI
		X	Y	Z									
5	1,12	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	1.4118	3.0000	3.0000	0.0000	0.0000
		1/8	1	1/8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588	0.1765	3.0000			
		1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	1.4118	3.0000			

6	1,24
7	1,32
8	1,41

# Decisiones Multicriterio: AHP -- EJEMPLO

- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares (continuación)

(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS				(7.b) Matriz Normalizada			(7.c) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega					(7.a) x (7.c)	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
Costo	1	7	9	0.7975	0.8400	0.6923	0.7766	2.4775	3.1902	3.0821	0.0411	0.0708
Confiabilidad	1/7	1	3	0.1139	0.1200	0.2308	0.1549	0.4714	3.0431			
Plazo Entrega	1/9	1/3	1	0.0886	0.0400	0.0769	0.0685	0.2064	3.0131			
(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.1) Matriz Normalizada			(4.1) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
	CRITERIO : Costo							(7.a) x (7.c)	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
	X	Y	Z									
X	1	1/3	6	0.2400	0.2286	0.4000	0.2895	0.8897	3.0731	3.0743	0.0372	0.0641
Y	3	1	8	0.7200	0.6857	0.5333	0.6463	2.0279	3.1375			
Z	1/6	1/8	1	0.0400	0.0857	0.0667	0.0641	0.1932	3.0124			
(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.2) Matriz Normalizada			(4.2) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
	CRITERIO : Confiabilidad							(7.a) x (7.c)	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
	X	Y	Z									
X	1	6	2	0.6000	0.6000	0.6000	0.6000	1.8000	3.0000	3.0000	0.0000	0.0000
Y	1/6	1	1/3	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.3000	3.0000			
Z	1/2	3	1	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000	0.9000	3.0000			
Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS				(3.3) Matriz Normalizada			(4.3) Vector	(5) Análisis de Consistencia				
	CRITERIO : Plazo Entrega							(7.a) x (7.c)	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI	
	X	Y	Z									
X	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	1.4118	3.0000	3.0000	0.0000	0.0000
Y	1/8	1	1/8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588	0.1765	3.0000			
Z	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	1.4118	3.0000			

Total de Alternativas (n)	Indice Aleatorio (RI)
3	0,58
4	0,90
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41

Cociente Consistencia (CR) :  $CR = CI/RI$

Un CR inferior a 0.1 es aceptable, si CR es mayor a 0,1, las opiniones y juicios deberán reconsiderarse.

# Decisiones Multicriterio: AHP - EJEMPLO

- Determinar el orden de prioridades de los proveedores candidatos

(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS				(7.b) Matriz Normalizada			(7.c) Vector
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega				
Costo	1	7	9	0.7975	0.8400	0.6923	0.7766
Confiabilidad	1/7	1	3	0.1139	0.1200	0.2308	0.1549
Plazo Entrega	1/9	1/3	1	0.0886	0.0400	0.0769	0.0685

(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS CRITERIO : Costo				(3.1) Matriz Normalizada			(4.1) Vector
	X	Y	Z				
X	1	1/3	6	0.2400	0.2286	0.4000	0.2895
Y	3	1	8	0.7200	0.6857	0.5333	0.6463
Z	1/6	1/8	1	0.0400	0.0857	0.0667	0.0641

(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS CRITERIO : Confiabilidad				(3.2) Matriz Normalizada			(4.2) Vector
	X	Y	Z				
X	1	6	2	0.6000	0.6000	0.5000	0.6000
Y	1/6	1	1/3	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
Z	1/2	3	1	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000

(2.3) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS CRITERIO : Plazo Entrega				(3.3) Matriz Normalizada			(4.3) Vector
	X	Y	Z				
X	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706
Y	1/8	1	1/8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588
Z	1	8	1	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706

$$0,35 = (0,2895 * 0,7766 + 0,6 * 0,1549 + 0,471 * 0,0685)$$

Alternativas	Criterios			Scores Globales	Vector prior.	Vector
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega			
X	0.2895	0.600	0.471	0.3500	0.7766	0.35002
Y	0.6463	0.100	0.059	0.5215	0.1549	0.52147
Z	0.0641	0.300	0.471	0.1285	0.0685	0.12851
<b>Ponderaciones</b>	<b>0.7766</b>	<b>0.1549</b>	<b>0.0685</b>			

Alternativas	Criterios			Vector prior.	Vector
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega		
X	0.2895	0.6000	0.4706	0.7766	0.35002
Y	0.6463	0.1000	0.0588	0.1549	0.52147
Z	0.0641	0.3000	0.4706	0.0685	0.12851

Alternativa Y  
mayor Prioridad  
Global



# Decisiones Multicriterio: AHP - EJEMPLO

- Determinar el orden de prioridades de los proveedores candidatos

	Criterios					
Alternativas	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega	Scores Globales		
X	0.2895	0.600	0.471	0.3500	Alternativa Y mayor Prioridad Global	
Y	0.6463	0.100	0.059	0.5215		
Z	0.0641	0.300	0.471	0.1285		
<b>Ponderaciones</b>	<b>0.7766</b>	<b>0.1549</b>	<b>0.0685</b>			

	Criterios			Vector prior.	Vector
Alternativas	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega		
X	0.2895	0.6000	0.4706	0.7766	0.35002
Y	0.6463	0.1000	0.0588	0.1549	0.52147
Z	0.0641	0.3000	0.4706	0.0685	0.12851

