Análisis de Decisiones: Utilidad

Investigación Operativa

Facultad de Ciencias Exactas

UNCPBA

Mg. María Rosa Dos Reis

Funciones de Utilidad

- Se les ofrece la oportunidad de:
  - Aceptar con 50 % de posibilidades ganar $70000 o nada
  - Recibir $30000 con seguridad

Criterio de VE	⇒	ALTERNATIVA I
Criterio de Conveniencia o Utilidad	⇒	ALTERNATIVA ?

- Diferentes individuos muestran distintas actitudes frente al riesgo.

Teoría de Utilidad

- La Teoría de Utilidad se ocupa de las *Preferencias del tomador de decisiones*.
- La Función de utilidad del dinero es una manera de transformar los valores monetarios a una escala numérica apropiada que refleje las preferencias del tomador de decisiones.
- La determinación de la utilidad es subjetiva, depende de la actitud acerca de aceptar el riesgo.
- U(M) es la utilidad para la cantidad de dinero M

Funciones de Utilidad

Características de las funciones de Utilidad

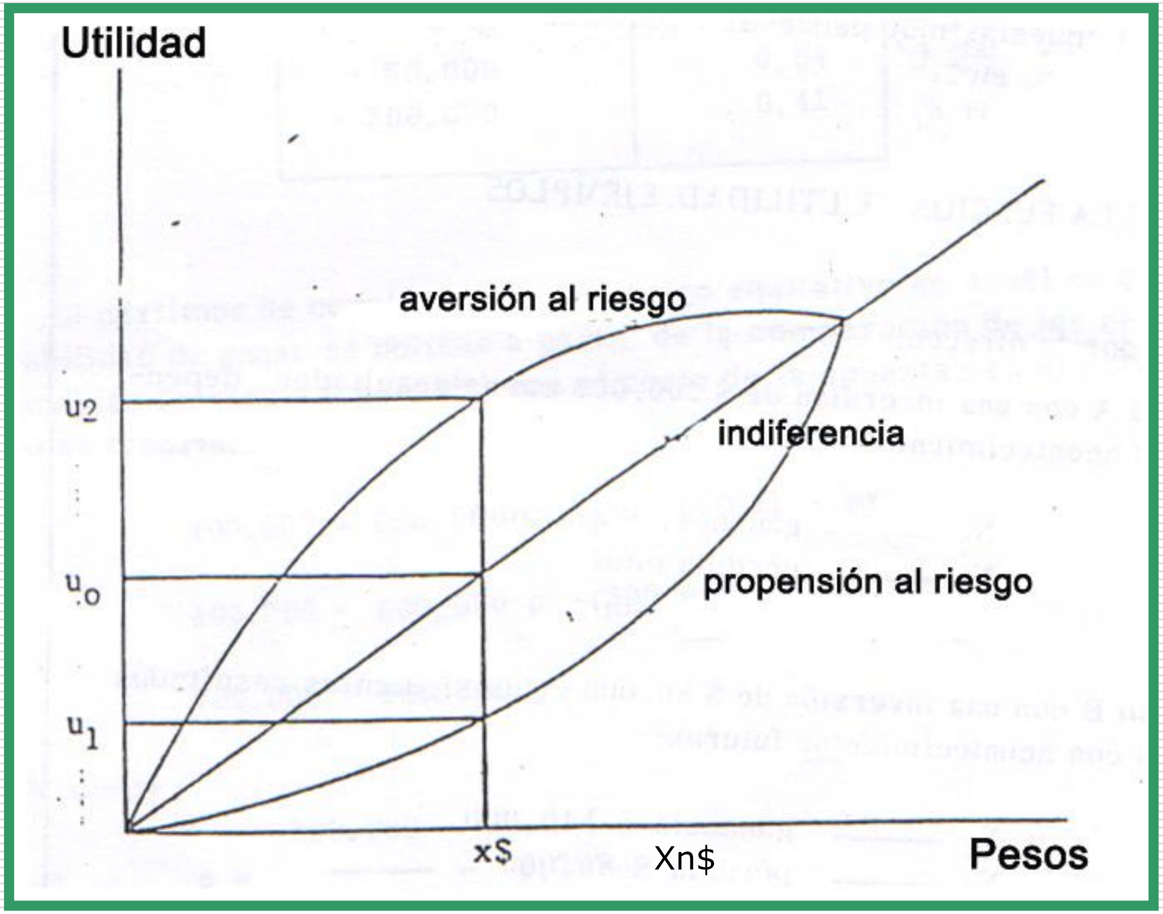
- Indiferencia ante el riesgo: Indica la inexistencia de una actitud ante el riesgo, la función es lineal.

- Aversión al riesgo: Cuanto mayor sea el capital, menor será la utilidad del dinero (utilidad decreciente).

- Propensión al riesgo: La utilidad del dinero es menor con relación a la indiferencia, valora poco lo que posee.

Propiedad de la función de utilidad del dinero: el tomador de decisiones se muestra indiferente ante dos cursos de acción alternativos si los dos tienen la misma utilidad esperada.

Funciones de Utilidad



Funciones de Utilidad: Ejemplo

- Contrato A con $ 200.000 de inversión y resultados
  N1 = Ganar $ 400.000
  N2 o N3 = Perder todo
- Contrato B con $ 80.000 de inversión y resultados
  N1 o N2= Ganar $ 140.000
  N3 = perder todo
- Opción de no invertir
  Probabilidades: P(N1) = 0,50 P(N2) = 0,10 P(N3) = 0,40

En miles de $

	N1	N2	N3	VE	Orden
A	400	-200	-200	100	1
B	140	140	-80	52	2
C	0	0	0	0	3

La decisión que maximiza el rendimiento esperado es la alternativa A

Teoría de Utilidad

- Lotería $\mathscr{L}$(A, B ; p) es un evento aleatorio que tiene dos posibles resultados A y B, los cuales ocurren con probabilidades p y 1-p

Aplicación del método de Von Neumann para el cálculo de utilidades

- **Paso 1:** Establecer las consecuencias en orden decreciente de deseabilidad: e_1, e_2, , e_p
- **Paso 2:** Asígnese arbitrariamente valores numéricos finitos $u(e_1)$ y $u(e_p)$ a las consecuencias e_1 y e_p, respectivamente de tal forma que $u(e_1) > u(e_p)$
- **Paso 3:** Para cada consecuencia e_j cuya deseabilidad esté entre e_1 y e_p, determínese una probabilidad de equivalencia p_j, con la propiedad de quien toma las decisiones es indiferente entre obtener e_j con certeza y participar en la lotería $\mathscr{L}(e_1, e_p ; p_j)$
- **Paso 4:** Sea $u(e_j) \equiv p_j * u(e_1) + (1-p_j) * u(e_p)$ la utilidad de la consecuencia e_j

El método pretende medir la actitud subjetiva de un tomador de decisiones comparando una apuesta entre dos valores extremos y un equivalente monetario.

El paso 3 es altamente subjetivo

Una utilidad está normalizada si $u(e_j) = 1$ y $u(e_p)=0$ haciendo a las utilidades idénticas a las probabilidades de equivalencia

Teoría de Utilidad: Ejemplo

- Resolución, aplicando el método de Von Newmann para definir una función de utilidad

1º) 400.000 > 140.000 > 0 > -80.000 > -200.000
2º) U(400.000) = 1 U(-200.000) = 0

3º) Para sacar la utilidad de cada uno de los valores intermedios, $U(e_j)$, se le pregunta al tomador de decisiones: ¿con qué probabilidad aceptaría participar en una lotería donde puede ganar \$ 400.000 (con probabilidad p) o perder \$ 200.000 (con probabilidad 1-p), teniendo e_j \$ seguros en su poder?

Se define: $U(e_j)=p*U(400.000)+(1-p)*U(-200.000) =p*1+(1-p)*0=p$

El tomador de decisiones asigna las probabilidades de indiferencia entre ambas alternativas para cada uno de los posibles e_j:

p(140.000) = 0,90
p(0) = 0,75
p(-80.000) = 0,65

→ VALORES DE UTILIDAD

El valor esperado de la lotería será
400.000*0,9+(-200.000)*0,1=340.000

valor esperado > pago seguro

Teoría de Utilidad: Ejemplo

Matriz de utilidades para el tomador de decisiones:

	N1	N2	N3	VE_i	Orden
A	1	0	0	0,5	3
B	0,9	0,9	0,65	0,80	1
C	0,75	0,75	0,75	0,75	2

El orden determinado por la matriz de utilidades es B, C y A.

La elección del tomador de decisiones es B ya que es la opción que maximiza su utilidad esperada

Teoría de Utilidad: Ejemplo

- Calculamos la curva de indiferencia para determinar la aversión / propensión al riesgo del tomador de decisiones

- 140.000 = 400.000 * p + (– 200.000) * (1-p)
  //140.000 es el equivalente monetario cierto
  140.000 = 400.000 * p – 200.000 + 200.000 * p
  140.000 + 200.000 = 600.000 * p
  340.000 / 600.000 = p
  0,56 = p (140.000)

"Para p=0,56 el valor esperado de la lotería iguala el pago seguro de 140.000"

- Continua calculando para todos los valores
  p(400.000) = 1
  p(140.000) = 0,56
  p(0) = 0,33
  p(-80.000) = 0,20
  p(-200.000) = 0

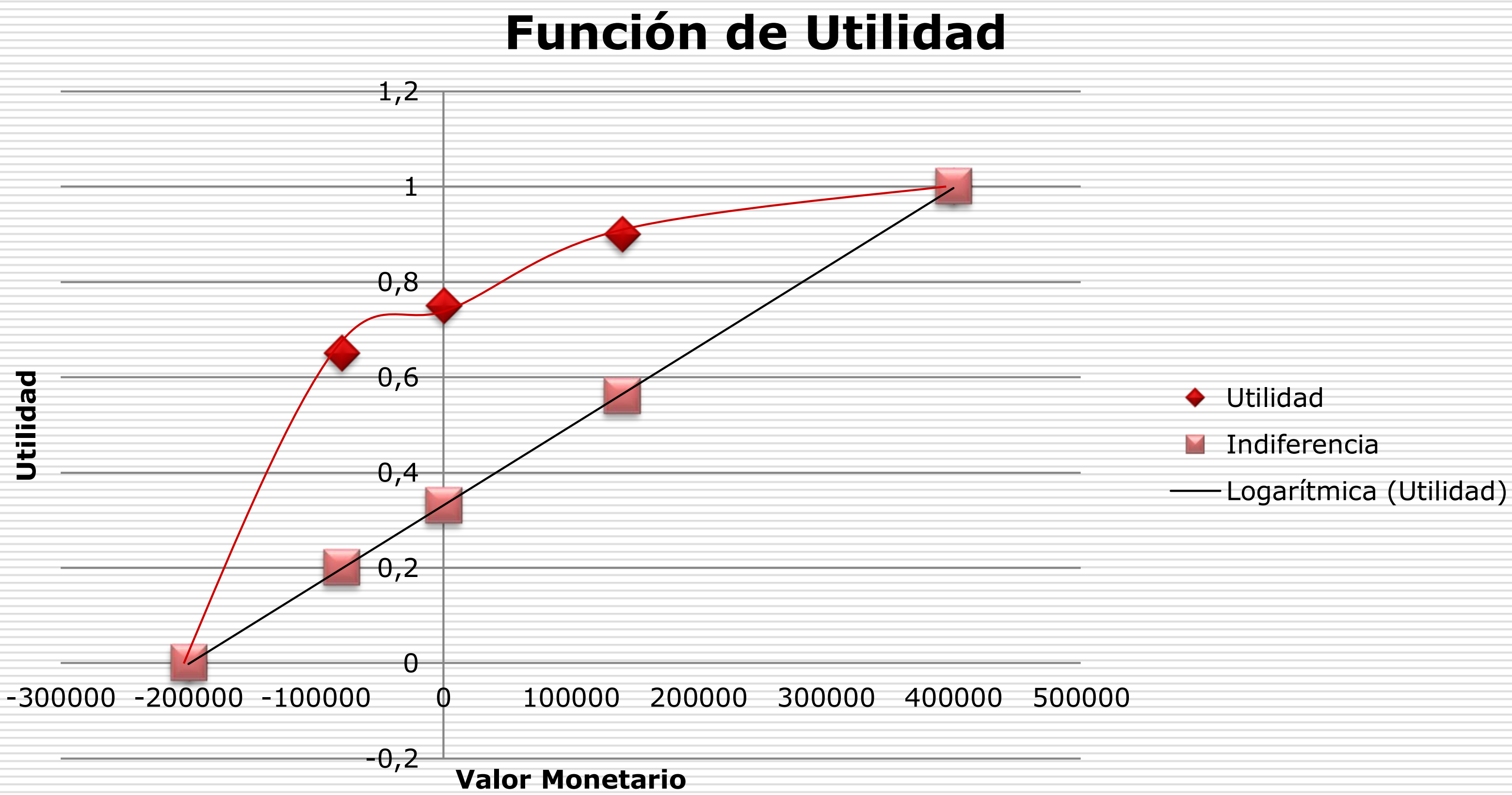
Resultado juego equitativo

Vs.

Evaluación subjetiva del juego

AVERSIÓN

Teoría de Utilidad: Ejemplo



Teoría de Utilidad: Ejemplo

- Equivalente de Certeza: Cantidad en $ que tiene una utilidad igual a la esperada para esa decisión.

  VE (A) = 0.50
  VE (B) = 0.80
  VE (C) = 0.75

  ⇒ En base a la curva se determinan los valores

  $EC_A \approx \$ -140.000$ $EC_B \approx \$ 40.000$ $EC_C = \$ 0$

- Beneficio por riesgo: cantidad por la que la ganancia esperada en $ de esa decisión excede al equivalente de certeza de la decisión.

  $BR_A = \$100.000 - \$ -140.000 = \$ 240.000$
  $BR_B = \$ 52.000 - \$ 40.000 = \$ 12.000$
  $BR_C = \$ 0$