

Trabajo Práctico N° 8: Programación Lineal

1. Utilice el método gráfico para resolver los siguientes problemas:

a. Maximizar $Z = x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$x_1 + 5x_2 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

b. Maximizar $Z = 15x_1 + 20x_2$

Sujeto a:

$$2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

c. Maximizar $Z = 2x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 60$$

$$x_1 + x_2 \leq 18$$

$$3x_1 + x_2 \leq 44$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

d. Minimizar $Z = x_1 - 2x_2$

Sujeto a:

$$x_1 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_2 \geq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

e. Maximizar $Z = 2x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$-x_1 + 3x_2 \geq 15$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_2 \geq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

f. Maximizar $Z = x_1 + 3x_2$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

g. Maximizar $Z = 4x_1 + 2x_2$

Sujeto a:

$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$x_1 - x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

2. Formule un modelo de programación lineal para los siguientes enunciados:

a. Una compañía manufacturera descontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos; llámense A, B, y C. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:

Tipo de máquina	Tiempo disponible (Hs. máquina semanales)
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

La cantidad de hs. máquina que se requieren para cada unidad de los productos respectivos es:

Coeficiente de productividad (en hs. máquina por unidad)			
Tipo de máquina	Producto A	Producto B	Producto C
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas ha indicado que las ventas potenciales para los productos A y B exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto C son a lo sumo 20 unidades por semana. La ganancia unitaria sería de \$50, \$20 y \$25, respectivamente, para los productos A, B y C.

El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

b. Suponga que acaba de heredar \$ 6000 y que desea invertirlos. Se le presentan dos oportunidades de participación en negocios. En ambos casos, la inversión significa dedicar un poco de tiempo el siguiente verano, al igual que invertir en efectivo. En el primer negocio al convertirse en socio completo tendría que invertir \$5000 y 400 horas, y su ganancia estimada (ignorando el valor del tiempo) sería \$4500. Las cifras correspondientes a la segunda proposición son \$4000 y 500 horas, con ganancia estimada de \$4500. Sin embargo, en ambas propuestas podrían entrar con cualquier fracción de la sociedad; la participación en las utilidades sería proporcional a esa fracción.

Como de todas maneras Ud. está buscando un trabajo interesante para el verano (600 horas a lo sumo), ha decidido participar en una o ambas propuestas, con la combinación que maximice la ganancia total estimada.

c. Una inversora dispone de 50.000\$ para invertir entre las cuatro siguientes posibilidades: bolsa X, bolsa Y, bonos X, y bonos Y, por el periodo de un año. Un máximo de 10.500\$ puede ser invertido en bonos X, y un máximo de 10.000\$ en bonos Y. La inversión en la bolsa X conlleva un riesgo considerable por lo que se determina no invertir más de un cuarto de la inversión total. La cantidad invertida en la bolsa Y debe ser al menos tres veces la cantidad invertida en la bolsa X. Además, la inversora requiere que la inversión en bonos sea al menos tan grande como la mitad de la inversión en las bolsas. Los retornos netos anuales se estiman según se muestra en la siguiente tabla:

Bolsa X	Bolsa Y	Bonos X	Bonos Y
20%	10%	9%	11%

¿Cuál es la forma óptima de realizar la inversión para conseguir las máximas ganancias?

d. Una empresa produce artículos de vidrio de alta calidad, incluyendo ventanas y puertas. Tiene tres plantas. Los marcos y molduras de aluminio se hacen en la planta 1, los marcos de madera se fabrican en la planta 2 y en la 3 se produce el vidrio y se ensamblan los productos. Debido a que las ganancias se han reducido, la alta administración ha decidido reorganizar la línea de productos de la compañía. Por ello se está analizando la fabricación de dos nuevos productos: Una puerta con marco de aluminio (A) y una ventana con marco de madera (B). El producto A requiere parte de la capacidad de producción en las plantas 1 y 3 y nada en la planta 2. El producto B sólo necesita trabajo en las plantas 2 y 3. La división de comercialización ha determinado que se pueden vender todos los productos que se fabriquen en las plantas. Sin embargo, como ambos productos compiten por la capacidad de la planta 3, no se sabe en cuál es la combinación óptima de fabricación. El objetivo es determinar qué tasas de producción deben tener los dos productos con el fin de maximizar las utilidades totales. Cada producto se fabrica en lotes de 20, de manera que la tasa de producción está definida como el número de lotes que se producen en la semana. La siguiente tabla resume los datos:

Planta	Tiempo de producción por lote, horas		Hs. de producción disponibles semanales
	A	B	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	\$ 3000	\$ 5000	

- i. Considere qué pasaría si al problema planteado se le adicionara la restricción de que el rendimiento semanal de los productos nuevos sea de \$50000 al menos.
- ii. Considere qué pasaría si las plantas 2 y 3 no tuvieran restricciones en cuanto a las horas de producción disponibles semanales.

e. Una empresa de reciclado recoge cuatro tipos de material de desecho sólido y los trata para fusionarlos en la elaboración de un producto comercializable. Se pueden hacer tres grados diferentes de este producto, según la mezcla de materiales que se use. Los estándares de calidad especifican una cantidad mínima y una máxima para la proporción de los materiales permitidos en ese grado (esta proporción es el peso del material expresado como un porcentaje del peso total del producto de ese grado). Ver la siguiente tabla de especificaciones:

Grado	Especificación	Costo de Mezcla (\$/kg)	Precio venta (\$/kg)
A	Material 1: no más del 30% del total	3.00	8.50
	Material 2: no menos del 40 % del total		
	Material 3: no más del 50 % del total		
	Material 4: exactamente el 20 % del total		
B	Material 1: no más del 50 % del total	2.5	7.00
	Material 2: no menos del 10 % del total		
	Material 4: exactamente el 10% del total		
C	Material 1: no más del 70 % del total	2.00	5.50

El centro de reciclado recoge los materiales de desecho sólido de ciertas fuentes habituales por lo que casi siempre puede mantener una tasa de producción estable para tratarlos. En la siguiente tabla se dan las cantidades disponibles para la recolección y tratamiento semanal, al igual que el costo del proceso para cada tipo de material.

Material	Kg./semana disponibles	Costo del tratamiento (\$/kg.)	Restricciones adicionales
1	3000	3.00	1. Para cada material deben recolectarse y tratarse al menos la mitad de kg. disponibles por semana. 2. Deben usarse \$30000 semanales para tratar estos materiales
2	2000	6.00	
3	4000	4.00	
4	1000	5.00	

Se desea determinar la cantidad que se debe producir de cada grado y la mezcla exacta de materiales a utilizar para cada uno, de manera que se maximice la ganancia semanal total (ingresos totales por ventas menos los costos totales del tratamiento y la mezcla).

3. Una pequeña empresa se dedica a la producción de 2 tipos de aceites para la producción de alimentos. La empresa dispone, como materia prima, de 2 tipos distintos de aceites crudos y además, de una cierta cantidad de mano de obra.

Supongamos que se cuenta con 11 toneladas de materia prima de un tipo de aceite (crudo 1) y 40 toneladas del otro tipo de aceite (crudo 2) y que se cuenta con 52 semanas de trabajo por persona para lograr la mezcla perfecta. La siguiente tabla muestra la cantidad necesaria de cada recurso para producir los dos tipos de aceites:

	Crudo 1	Crudo 2	Semanas por persona
Aceite 1	2	1	7
Aceite 2	1	8	8

De acuerdo a experiencias de años anteriores, la empresa ha decidido no producir más de 5 toneladas de aceite 1.

La empresa estima una ganancia de 300 dólares por tonelada vendida de aceite 1 y 400 dólares por tonelada vendida de aceite 2.

a) Formular como un problema de programación lineal, el problema de cuántas toneladas de cada aceite producir, de tal modo de maximizar la ganancia.

4. Una industria desea comenzar a fabricar piezas A y piezas B dentro de las siguientes condiciones:
- ❖ La pieza A requiere: 200 horas de Mano de Obra, 100 Kg. de materia prima y 50 horas de la inyectora.
 - ❖ La Pieza B requiere: 100 horas de Mano de Obra, 300 Kg. de materia prima y 10 horas de la inyectora.
 - ❖ La ganancia que genera cada pieza A es de \$ 80 y la B \$ 50.
 - ❖ Se dispone de hasta 1000 horas mensuales de Mano de Obra. La cantidad máxima de materia prima de la que puede disponerse asciende a 1800 Kg. La inyectora puede trabajar hasta 400 horas mensuales.

Resuelva los siguientes incisos:

- i. ¿Cuál sería la producción de piezas A y B que aporten la mayor ganancia?

- ii. Plantear la solución gráfica
- iii. ¿Qué ocurre en las soluciones si no hay limitaciones de mano de obra?
- iv. ¿Y si no las hay de materia prima ni de mano de obra?

5. Una empresa fabrica dos productos (x_1 y x_2) y los comercializa a 3 y 2 U\$S respectivamente, sujeto a los siguientes datos:

- ❖ Durante el proceso de fabricación se requieren 3 recursos diarios que son Mano de Obra (MO), almacenamiento transitorio y papel para embalar.
- ❖ Para M.O. se cuenta diariamente con 18 obreros a lo sumo, el almacén puede albergar hasta 42 estantes diarios de productos de x_1 y/o x_2 ; y se cuenta con 24mts. de papel diario para embalar los productos.
- ❖ Se sabe que cada producto x_1 demanda 2 obreros diarios, 2 estantes del almacén y 3mts. de papel. Por su parte el producto x_2 demanda 1 obrero diario, 3 estantes del almacén y 1mt. de papel.

Calcular el número de productos x_1 y x_2 diarios, de tal forma de maximizar los beneficios económicos, usando (de ser posible) el método gráfico.